

2021

MATHEMATICS — GENERAL

Fourth Paper

Full Marks : 100

*Candidates are required to give their answers in their own words
as far as practicable.*

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

Module-VII is compulsory and answer *any one* Group from Module-VIII

Module-VII

[Elements of Computer Science and Programming]

(মান : ৫০)

১ নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

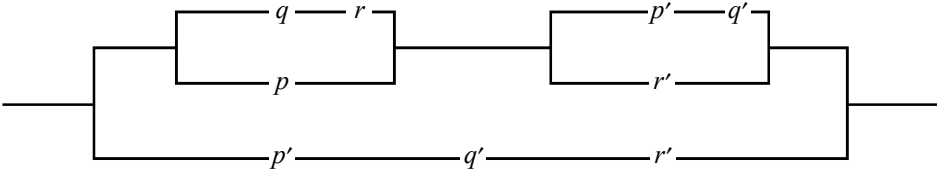
১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

২×৫

- (ক) $|\tan x| + e^{-x^3}$ -এর FORTRAN রূপ লেখো।
- (খ) সম্পূর্ণ নাম লেখো : (অ) CPU (আ) ALU।
- (গ) তিন প্রবেশ-দ্বার বিশিষ্ট NOR দ্বারের সত্যসারণী লেখো।
- (ঘ) নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকের একটি সুইচ বতনী গঠন করো : $xy + xy' + x'y'$ ।
- (ঙ) L -এর মান নির্ণয় করো, যেখানে $L = I/J + K **2/M + A*B$, যখন $I = 4, J = 3, K = 5, M = 7, A = 1.5, B = 3.4$ ।
- (চ) $(43.1875)_{10}$ সংখ্যাটিকে দ্বৈতাসী সংখ্যাতে পরিণত করো।
- (ছ) নিম্নলিখিত প্রোগ্রাম-অংশটিতে 'N'-এর সর্বশেষ মান কত :
- ```
IF (2 * J · L E Q ·3 * N) GO TO 10
N = N + 2
GO TO 20
10 N = J
20 N = N + J
```
- যদি  $N$  ও  $J$  -এর প্রাথমিক মানদ্বয় যথাক্রমে  $N = 2, J = 3$  হয় ?
- (জ) নিম্নলিখিত বিবৃতিটির ভুল (যদি থাকে) শনাক্ত করো এবং সঠিক বিবৃতিটি লেখো (যুক্তি সহকারে) :
- ```
READ (* , *) A, B/0.7, 2.5/.
```
- (ঝ) $x'y' + xy$ এই বুলীয় রাশিমালাটির Complement (পরিপূরক)-কে DNF আকারে প্রকাশ করো।

Please Turn Over

- ২। (ক) কেবলমাত্র NAND যৌক্তিক দ্বারের সাহায্যে $f(x, y, z) = x + y + xz + y'z$ এই অপেক্ষকটির একটি যৌক্তিক বর্তনী অঙ্কন করো। ৪
- (খ) $(x + y + z)(xy + xz)$ -কে সম্পূর্ণ বৈকল্পিক স্বভাবী (DNF) আকারে প্রকাশ করো। ৪
- ৩। (ক) টীকা লেখো :
 (অ) ASCII কোড (আ) যন্ত্রভাষা ২+২
- (খ) একটি সংখ্যা 4 দিয়ে বিভাজ্য, কিন্তু 8 দিয়ে অবিভাজ্য কি-না পরীক্ষা করার জন্য একটি অ্যালগোরিদম লেখো। ৪
- ৪। (ক) x -এর মান নির্ণয় করো, যেখান $(AB3)_{16} = (x)_6$ ২
- (খ) মান নির্ণয় করো : $(1101.01)_2 \div (101)_2$ ৩
- (গ) দৃষ্টান্তসহ ব্যাখ্যা করো : IF-THEN-ELSE বিবৃতি (FORTRAN এ)। ৩
- ৫। (ক) Simpson's $\frac{1}{3}$ নিয়ম ব্যবহার করে $\int_0^1 \frac{dx}{1+x+x^2}$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত সঠিকভাবে পেতে একটি FORTRAN প্রোগ্রাম লেখো। ৪
- (খ) ফাংশন সাব-প্রোগ্রাম ব্যবহার করে n_c মান নির্ণয়ের জন্য একটি FORTRAN প্রোগ্রাম লেখো। ৪
- ৬। (ক) একটি স্বাভাবিক সংখ্যা 3 দ্বারা বিভাজ্য, কিন্তু 9 দ্বারা অবিভাজ্য কি-না পরীক্ষা করার জন্য একটি অ্যালগোরিদম তৈরি করো। ৪
- (খ) $2x^2 + 7x + 3 = 0$ সমীকরণের বীজগুলি নির্ণয়ের জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লেখো। ৪
- ৭। (ক) 9টি কোটি নিয়ে Simpson's $\frac{1}{3}$ সূত্রের সাহায্যে $\int_{1.6}^{2.8} \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$ -এর মান বের করার জন্য একটি BASIC প্রোগ্রাম লেখো। ৬
- (খ) BASIC-এ TAB function-এর উপর একটি টীকা লেখো। ২
- ৮। (ক) Karnaugh Map ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটি সরল আকারে প্রকাশ করো :

$$f(x, y, z) = xy'z + xy'z' + x'y'z + x'y'z'$$
 ৪
- (খ) প্রদত্ত সুইচ বর্তনীর জন্য একটি বুলীয় রাশি গঠন করো :

- এর সমতুল একটি সরল বর্তনীর নকশা অঙ্কন করো। ৪

৯। (ক) একটি Fibonacci sequence 1, 1, 2, 3, 5, 8, ..., (যার শেষ পদটি ১০০০-এর বেশি নয়) তৈরি করার জন্য একটি FORTRAN প্রোগ্রাম লেখো। ৪

(খ) একটি ম্যাট্রিক্সের transpose বের করার জন্য একটি BASIC/FORTRAN প্রোগ্রাম লেখো। ৪

১০। (ক)

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

(অ) উপরোক্ত সত্যসারণী দ্বারা প্রকাশিত অপেক্ষক 'f' -কে minterms-গুলির যোগফল বা DNF আকারে প্রকাশ করো।

(আ) 'f'-এর DNF আকারে সরলীকরণ করো।

২+২

(খ) বুলীয় বীজগণিতে প্রমাণ করো :

$$f(a, b, c) = ab + bc + ca$$

$$= (a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a)$$

৪

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Module-VII

[Elements of Computer Science and Programming]

(Marks : 50)

Answer *question number 1* and *any five* from the rest.

1. Answer *any five* questions :

2×5

(a) Write FORTRAN expression of $|\tan x| + e^{-x^3}$.

(b) Write full forms of (i) CPU (ii) ALU.

(c) Write down truth table of NOR gate with three inputs.

(d) Construct a switching circuit representing the Boolean expression $xy + xy' + x'y'$.

(e) Evaluate the value of L , where $L = I/J + K **2/M + A*B$, when $I = 4$, $J = 3$, $K = 5$, $M = 7$, $A = 1.5$, $B = 3.4$.

(f) Convert $(43.1875)_{10}$ to its binary equivalent.

Please Turn Over

(g) What would be the final value of 'N' at the end of the following program segment :

IF (2 * J · L E Q · 3 * N) GO TO 10

N = N + 2

GO TO 20

10 N = J

20 N = N + J

if the initial values of N and J are assumed to be $N = 2, J = 3$?

(h) Point out error if any, in the following statement with proper reasoning and correct them :

READ (* , *) A, B/0.7, 2.5/.

(i) Find the complement of the following Boolean expression in DNF $x'y' + xy$.

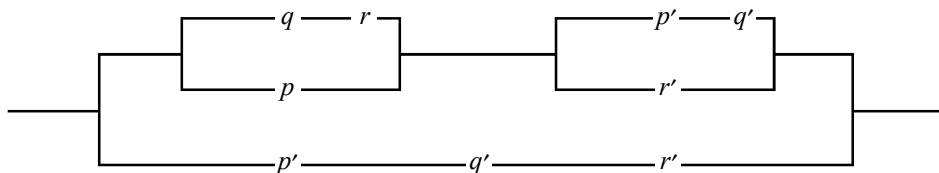
2. (a) Using only NAND logic gate, draw a circuit that realizes the function $f(x, y, z) = x + y + xz + y'z$. 4
- (b) Express $(x + y + z)(xy + xz)$ in full Disjunctive Normal Form (DNF). 4
3. (a) Write short notes on :
 (i) ASCII Code (ii) Machine Language 2+2
- (b) Draw an algorithm to test whether a given natural number is divisible by 4, but not by 8. 4
4. (a) Calculate the value of x, where $(AB3)_{16} = (x)_6$ 2
- (b) Compute $(1101.01)_2 \div (101)_2$ 3
- (c) Explain with illustrations IF-THEN-ELSE statement in FORTRAN. 3
5. (a) Write a FORTRAN program to find the value of the integral $\int_0^1 \frac{dx}{1+x+x^2}$ correct to four decimal places using Simpson's $\frac{1}{3}$ rd rule. 4
- (b) Write a FORTRAN program to find n_{c_r} using function sub-program. 4
6. (a) Write an efficient algorithm to test whether a given natural number is divisible by 3, but not by 9. 4
- (b) Write a FORTRAN 77/90 program to find the roots of the equation $2x^2 + 7x + 3 = 0$ 4
7. (a) Write a BASIC programme to evaluate $\int_{1.6}^{2.8} \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$ by Simpson's $\frac{1}{3}$ rd rule using 9 ordinates. 6
- (b) Write a short note on TAB function in BASIC. 2

8. (a) Using Karnaugh Map, express the following Boolean function in simplified form :

$$f(x,y,z) = xy'z + xy'z' + x'y'z + x'y'z'$$

4

- (b) Construct a Boolean function to represent the following switching circuit.



Draw an equivalent simplified circuit.

4

9. (a) Write a FORTRAN programme to generate the Fibonacci sequence 1, 1, 2, 3, 5, 8, ..., the last term being not greater than 1000. 4

- (b) Write a BASIC/FORTRAN program to find the transpose of a matrix. 4

10. (a) Given the truth table :

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- (i) Obtain 'f' in sum of minterms or in DNF.
(ii) Obtain simplified form of 'f' in sum of products.

2+2

- (b) Prove that $f(a, b, c) = ab + bc + ca$

$$= (a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a)$$

4

Module-VIII

(বিভাগ - ক)

[A Course of Calculus]

(মান : ৫০)

১১ নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

- ১১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

২×৫

- (ক) $f_n(x) = \frac{\sin nx}{n}$; $n \in N$; $x \in R$, তাহলে সীমা অপেক্ষক $\{f_n\}_n$ -এর পয়েন্ট অনুযায়ী সীমা অপেক্ষক (যদি থাকে)-এর মান নির্ণয় করো।

Please Turn Over

(খ) $x + \frac{x^2}{2^2} + \frac{2!}{3^3}x^3 + \frac{3!}{4^4}x^4 + \dots$ ঘাত শ্রেণিটির অভিসরণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(গ) দেখাও যে $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^4}$ শ্রেণিটি R -এর উপর সমভাবে অভিসারী।

(ঘ) মান নির্ণয় করো : $L\{\cos^2 at\}$ ।

(ঙ) সমাধান করো : $\frac{d^4 y}{dx^4} = y$ ।

(চ) অনির্ণীত সহগ পদ্ধতির সাহায্যে $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 10e^{2x}$ সমীকরণটির বিশেষ সমাধান y_p নির্ণয় করো।

(ছ) 'a' ও 'b' -কে $z = ax + by + ab$ থেকে নিষ্কাশন করে আংশিক অবকল সমীকরণ গঠন করো।

(জ) মান নির্ণয় করো : $L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+16}\right\}$ ।

(ঝ) যদি $x \in [-\pi, \pi]$ -এর জন্য $f(-x) = -f(x)$ হয়, তাহলে দেখাও যে Fourier সহগ $a_n = 0$, $n = 0, 1, 2, \dots$

১২। (ক) $f_n(x) = \frac{nx}{n+x}$, $x \in [0, a]$, $a > 0$, দেখাও যে $\{f_n\}$ অনুক্রমটি $[0, a]$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী। 8

(খ) দেখাও যে $\{f_n\}$ অনুক্রমটি, যেখানে $f_n(x) = x^n$, $[0, a]$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী ($n = 1, 2, 3, \dots$) যখন $0 < a < 1$ এবং $[0, 1]$ অন্তরালে শুধুমাত্র বিন্দু অনুযায়ী অভিসারী। 8

১৩। (ক) $\log\left(\frac{1}{1-x}\right)$ -এর ঘাত শ্রেণি ব্যবহার করে, দেখাও যে $\int_0^1 \log\left(\frac{1}{1-x}\right) dx = 1$ । 8

(খ) দেখাও যে, $x^4 + \frac{x^4}{1+x^4} + \frac{x^4}{(1+x^4)^2} + \dots$ শ্রেণিটি $[0, 1]$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয়। 8

১৪। $f(x) = x^2$, $-\pi < x < \pi$ এই Fourier শ্রেণিটির মান নির্ণয় করো। এর থেকে দেখাও যে $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$ ৫+৩

১৫। (ক) সমাধান করো :

$$\frac{dx}{dt} = -3x + 4y$$

$$\frac{dy}{dt} = -2x + 3y.$$

8

(খ) ভেদপ্রাচল পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করো :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + ay = \sec ax \quad 8$$

১৬। (ক) যদি ঘাত শ্রেণি $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ -এর অভিসরণ ব্যাসার্ধ R হয়, তাহলে দেখাও যে ঘাত শ্রেণি $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n x^{n+1}}{n+1}$ -এরও অভিসরণ ব্যাসার্ধ R হবে। 8

(খ) বিস্তৃতি $\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots, |x| < 1$, থেকে $\tan^{-1}x$ -এর ঘাত শ্রেণি বিস্তৃতি নির্ণয় করো। তারপর দেখাও যে

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \quad 8$$

১৭। (ক) যদি $L[f(t);s] = F(s)$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে, $L\left[\frac{f(t)}{t};s\right] = \int_s^{\infty} F(s)ds$ । 8

(খ) সমাধান করো : $(D^2 - 3D + 2)y = xe^{3x}$ 8

১৮। (ক) আংশিক অবকল সমীকরণটির সমাধান করো :

$$(y + zx)p - (x + yz)q = x^2 - y^2 \quad 6$$

(খ) মান নির্ণয় করো : $L\{e^{at}\}$ ২

১৯। (ক) অনির্ণীত সহগ পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করো : $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = \sin 2x$ 8

(খ) $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s^2 + \omega^2)}\right)$ -এর মান নির্ণয় করো। 8

২০। (ক) $z = f(xy) + g\left(\frac{x}{y}\right)$ থেকে অবাধ অপেক্ষক f ও g -কে অপসারণ করে একটি আংশিক অবকল সমীকরণ গঠন করো। 8

(খ) $\frac{d}{dx}\left(x \frac{dy}{dx}\right) + \frac{\lambda}{x}y = 0, (\lambda > 0)$ -এর আইগেন মানসমূহ ও আইগেন অপেক্ষকগুলি নির্ণয় করো, যেখানে

$$y(1) = 0, y'(e^\pi) = 0 \quad 8$$

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Module-VIII

(Group - A)

[A Course of Calculus]

(Marks : 50)

Answer *question number 11* and *any five* from the rest.

11. Answer *any five* questions :

2×5

(a) Let $f_n(x) = \frac{\sin nx}{n}$; $n \in \mathbb{N}$; $x \in \mathbb{R}$. Find the pointwise limit function (in any) of the sequence of functions $\{f_n\}_n$.

(b) Find the radius of convergence of the power series $x + \frac{x^2}{2^2} + \frac{2!}{3^3}x^3 + \frac{3!}{4^4}x^4 + \dots$

(c) Show that $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^4}$ is uniformly convergent on \mathbb{R} .

(d) Find $L\{\cos^2 at\}$.

(e) Solve $\frac{d^4 y}{dx^4} = y$.

(f) Find the particular integral y_p , by the method of undetermined coefficient :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 10e^{2x}.$$

(g) Form a partial differential equation by eliminating a and b from

$$z = ax + by + ab.$$

(h) Find the following inverse Laplace transformation: $L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + 16}\right\}$.

(i) If $f(-x) = -f(x)$ for all x in $[-\pi, \pi]$, show that Fourier coefficient $a_n = 0$, for all $n = 0, 1, 2, \dots$

12. (a) Let $f_n(x) = \frac{nx}{n+x}$, $x \in [0, a]$ where $a > 0$. Show that the sequence $\{f_n\}$ is converges uniformly on $[0, a]$. 4

(b) Show that sequence $\{f_n\}$ where $f_n(x) = x^n$ is convergent uniformly on $[0, a]$, $n = 1, 2, 3, \dots$, for $0 < a < 1$, only pointwise convergent on $[0, 1]$. 4

13. (a) Using power series of $\log\left(\frac{1}{1-x}\right)$, show that $\int_0^1 \log\left(\frac{1}{1-x}\right) dx = 1$. 4

(b) Show that the series $x^4 + \frac{x^4}{1+x^4} + \frac{x^4}{(1+x^4)^2} + \dots$ is not uniformly convergent on $[0, 1]$. 4

14. Find the Fourier series of $f(x) = x^2, -\pi < x < \pi$. Hence deduce from it $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$ 5+3

15. (a) Solve : $\frac{dx}{dt} = -3x + 4y$ 4
 $\frac{dy}{dt} = -2x + 3y$

(b) Solve by the method of variation of parameters

$$\frac{d^2y}{dx^2} + ay = \sec ax. \quad 4$$

16. (a) If R be the radius of convergence of the power series $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, then show that the radius of convergence of the power series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n x^{n+1}}{n+1}$ is also R . 4

(b) From the expansion $\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots, |x| < 1$, obtain the power series expansion of $\tan^{-1}x$ and hence show that $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$ 4

17. (a) If $L[f(t); s] = F(s)$, then prove that $L\left[\frac{f(t)}{t}; s\right] = \int_s^{\infty} F(s) ds$. 4

(b) Solve $(D^2 - 3D + 2)y = xe^{3x}$. 4

18. (a) Solve the partial differential equation

$$(y + zx)p - (x + yz)q = x^2 - y^2. \quad 6$$

(b) Find $L\{e^{at}\}$. 2

19. (a) Solve by the method of undetermined coefficients: $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = \sin 2x$ 4

(b) Find $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s^2 + \omega^2)}\right)$. 4

Please Turn Over

20. (a) Form partial differential equation by eliminating the arbitrary function f and g from

$$z = f(xy) + g\left(\frac{x}{y}\right). \quad 4$$

(b) Find the eigenvalues and eigenfunctions of

$$\frac{d}{dx}\left(x\frac{dy}{dx}\right) + \frac{\lambda}{x}y = 0; y(1) = 0, y'(e^\pi) = 0, \lambda > 0. \quad 4$$

Module-VIII

(বিভাগ - খ)

[Discrete Mathematics]

(Marks : 50)

১১ নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১১. যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2×5

- (ক) $\phi(36)$ -এর মান বের করো যেখানে ϕ হল Euler's Phi অপেক্ষক।
- (খ) যদি a ও b -এর গ.সা.গু 1 হয়, তবে দেখাও যে a^2 ও b^2 এর গ.সা.গু = 1।
- (গ) দেখাও তিনটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল সর্বদা 6 দ্বারা বিভাজ্য।
- (ঘ) $a_n = a_{n-1} + 4a_{n-2}$, $n \geq 2$, $a_0 = 1$, $a_1 = 3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত $\{a_n\}$ অনুক্রমের চারটি পদ লেখো।
- (ঙ) $(A748)_{16}$ সংখ্যাটিকে দ্বি-নিধানী রাশিতে প্রকাশ করো।
- (চ) x, y, z তিনটি পূর্ণসংখ্যা $x | yz$ এবং গ.সা.গু. $(x, y) = 1$ হলে দেখাও যে $x | z$ ।
- (ছ) দেখাও যে, $70! + 1 \equiv 0 \pmod{71}$ ।
- (জ) সত্য-সারণির সাহায্যে দেখাও যে, $xy' + xy + x'y = x + y$ ।
- (ঝ) পাটিগণিতের মৌলিক উপপাদ্যটি বিবৃত করো।

১২. (ক) $512m + 320n = 64$ কে সিদ্ধ করে এমন অখণ্ড পূর্ণসংখ্যা m ও n নির্ণয় করো।

8

(খ) কোন্ ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাকে 2, 3, 5 ও 11 দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে 1, 2, 3, 4 ভাগশেষ থাকে?

8

১৩. (ক) গাণিতিক আরোহী পদ্ধতির (mathematical induction) সাহায্যে প্রমাণ করো যে, যে-কোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n -এর জন্য $2^{2^n} - 1$ সংখ্যাটি '3' দ্বারা বিভাজ্য।

8

(খ) মৌলিক সংখ্যার সংজ্ঞা দাও। 353 সংখ্যাটি মৌলিক কি না যুক্তি দিয়ে দেখাও।

1+3

১৪. (ক) প্রদত্ত ISBN-গুলি সঠিক কি না নির্ণয় করো :

8

(i) 0 - 27 - 04003 - 5

(ii) 81 - 203 - 1147 - 7।

- (খ) সাতটি দল অংশগ্রহণ করবে এমন একটি Round Robin প্রতিযোগিতার সূচি গঠন করো। (পূর্ণসংখ্যার Congruence ব্যবহার করো)। 8
১৫. (ক) $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 100!$ কে 15 দ্বারা ভাগ করলে কত ভাগশেষ থাকবে? 8
 (খ) সমাধান করো : $2x + 3y = 50, x, y \in N$ । 8
১৬. (ক) 15 সংখ্যা বিশিষ্ট একটি VISA CREDIT CARD-এর নম্বর হল 456398103862540, চেক ডিজিট নির্ণয় করো। 8
 (খ) সমাধান করো : $6x \equiv 3 \pmod{9}$ । 8
১৭. (ক) একটি বুলীয় অ্যালজেব্রা $(B, +, \cdot, ')$ এর জন্য প্রমাণ করো : $ab' + a'b = 0$ যদি $a = b$ হয় এবং যদি $a = b$ হয় তাহলে $ab' + a'b = 0$ হবে। 8
 (খ) সত্যসারণী ব্যবহার করে $(x + y)(y + z)(x' + y' + Z)$ বুলীয় অপেক্ষকটির DNF নির্ণয় করো। 8
১৮. (ক) কারক অপেক্ষক (generating function) ব্যবহার করে পূর্ণসংখ্যার সমাধান নির্ণয় করো : $a + b + c = 10$ যেখানে $0 \leq a \leq 2, 2 \leq b \leq 4$ এবং $c = 4$ বা 5 হয়। 8
 (খ) যে-কোনো পূর্ণসংখ্যা n -এর জন্য প্রমাণ করো, $\frac{n^7}{7} + \frac{n^3}{3} + \frac{11n}{21}$ একটি পূর্ণসংখ্যা। 8
১৯. (ক) $(x + y + xy) \cdot (x + y)$ বুলীয় অপেক্ষকটির সুইচ-বর্তনী অঙ্কন করো এবং তার একটি সরল আকারের বর্তনী-আনয়ন করো। 8
 (খ) লজিক গেট কাকে বলে? 3 প্রকার লজিক গেটের ব্যবহার আলোচনা করো। 8

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Module-VIII

(Group - B)

[Discrete Mathematics]

(Marks : 50)

Answer *question number 11* and *any five* from the rest.

11. Answer *any five* questions : 2×5
- (a) Find $\phi(36)$ where ϕ is the Euler's Phi function.
- (b) If $\gcd(a, b) = 1$, then prove that $\gcd(a^2, b^2) = 1$.
- (c) Prove that the product of any three consecutive integers is divisible by 6.
- (d) Find four terms of the sequence $\{a_n\}$, $n \geq 0$, defined by $a_n = a_{n-1} + 4a_{n-2}$, $n \geq 2$ with $a_0 = 1$, $a_1 = 3$.

Please Turn Over

- (e) Convert $(A748)_{16}$ to binary equivalent.
- (f) If x, y, z are integers, $x \mid yz$ and h.c.f. $(x, y) = 1$, then prove that $x \mid z$.
- (g) Show that $70! + 1 \equiv 0 \pmod{71}$.
- (h) Using truth-table, show that $xy' + xy + x'y = x + y$.
- (i) State the 'Fundamental Theorem of Arithmetic'.
12. (a) Find integers m and n , such that $512m + 320n = 64$. 4
- (b) Find smallest positive integer which leaves the remainder 1, 2, 3, 4 when divided by the prime numbers 2, 3, 5, 11 respectively. 4
13. (a) Prove that $2^{2n} - 1$ is divisible by 3 by the principle of mathematical induction for every positive integer n . 4
- (b) Define prime number. Is 353 a prime number? Justify your answer. 1+3
14. (a) Determine whether the following ISBNs are valid :
 (i) 0 - 27 - 04003 - 5
 (ii) 81 - 203 - 1147 - 7. 4
- (b) Construct a Round robin Tournament schedule for 7 teams using congruence of integers. 4
15. (a) What is the remainder when $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 100!$ is divided by 15? 4
- (b) Solve $2x + 3y = 50$, $x, y \in N$. 4
16. (a) The first 15 digits of a credit card visa is 456398103862540. Find the check digit for this card. 4
- (b) Solve : $6x \equiv 3 \pmod{9}$. 4
17. (a) In a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ')$ prove that $ab' + a'b = 0$ if and only if $a = b$. 4
- (b) Find the DNF of the Boolean expression $(x + y)(y + z)(x' + y' + Z)$ by truth table method. 4
18. (a) Using generating function, find all integral solutions for $a + b + c = 10$,
 where $0 \leq a \leq 2$, $2 \leq b \leq 4$, $c = 4$ or 5. 4
- (b) Show that for any integer n , $\frac{n^7}{7} + \frac{n^3}{3} + \frac{11n}{21}$ is an integer. 4
19. (a) Draw a switching circuit for the Boolean expression $(x + y + xy) \cdot (x + y)$. Obtain a Simpler equivalent circuit. 4
- (b) What is a logic gate? Give 3 basic types of gates used in combinational circuits. 4
-